



TITLE:

# 直方体分割の24次格子グラフ表現 とその応用 (アルゴリズムと計算機 科学の数理的基盤とその応用)

AUTHOR(S):

後藤, 隆彰; 西野, 哲朗; 土田, 賢省; 本橋, 友江; 夜久,  
竹夫

---

CITATION:

後藤, 隆彰 ...[et al]. 直方体分割の24次格子グラフ表現とその応用 (アル  
ゴリズムと計算機科学の数理的基盤とその応用). 数理解析研究所講究  
録 2010, 1691: 115-119

ISSUE DATE:

2010-06

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/141563>

RIGHT:

## 直方体分割の 24 次格子グラフ表現とその応用

電気通信大学 後藤 隆彰 (Takaaki Goto)  
The University of Electro-Communications

電気通信大学 西野 哲朗 (Tetsuro Nishino)  
The University of Electro-Communications

東洋大学 土田 賢省 (Kensei Tsuchida)  
Toyo University

関東学院大学 本橋 友江 (Tomoe Motohashi)  
Kanto Gakuin University

日本大学 夜久 竹夫 (Takeo Yaku)  
Nihon University

### 1 はじめに

直方体分割はコンピュータグラフィックスにおけるソリッドモデルでよく用いられている。また、矩形分割のグラフ表現モデルとして Octree[1] がよく知られている。Octree は幾何学モデリングと空間計画において使われている。Octree のフォーマットは、二次元のイメージの表現のための Quadtree 構造の 3 次元への拡張である。また、multi-level boundary search algorithm は、Octree 表現で表面情報を合併するために開発されている。このアルゴリズムはグラフィックディスプレイとオブジェクト表示に役立っている。しかし、Octree では問題によっては、計算時間がかかる、解像度低減が不十分、プログラムが作りにくいなどの問題点がある。

本稿ではセルの合併のような矩形分割の罫線を保存する変形演算を考慮している。これまでの研究で、罫線を保存する変形演算を指向する矩形分割の表現として Octgrids[2, 3, 4, 5] と呼ばれる 8 分格子グラフとそのリスト構造が発表されている。また、8 分格子グラフの編集アルゴリズムは 2003 年に本橋等によって発表されている [6]。地形 8 分格子グラフと H7CODE[7] は、表を表現するためのデータ構造を提案した 8 分格子グラフ [4] とそのリスト構造である H3CODE[8] の応用である。さらに、多層矩形分割の表現方法として Hexadeci-grids[9] と呼ばれる 16 分格子グラフが提案されてきた。

本稿では、[10] の内容を補足して解説する。8 分格子グラフを、罫線を保存する変形に適した直方体分割のデータ構造に一般化して、直方体分割に対応した Tetraicosa-grids と呼ばれる 24 次格子グラフを導入する。また、その変形アルゴリズムを提案し、計算時間が  $O(1)$  である 24 次格子グラフのセルの合併(変形) アルゴリズムについて述べる。さらに、24 次格子グラフに対応するデータ構造である H9CODE を提案し、その応用について述べる。

### 2 Octgrid [6]

**定義 2.1**  $D = (T, P, g)$  を矩形分割とする。ここで、 $T$  は  $n$  行  $m$  列の表、 $P$  は表  $T$  上の分割、 $g$  は表  $T$  の格子を表す。Octgrid は、 $D$  を多重辺無向グラフとする  $G = (V_D, L, E_D, A_D, \alpha_D)$  で表す。ただし、 $V_D$  は分割  $P$  とみなす(分割  $P$  のセル  $C$  に対応するノードは  $v_c$  により示す)。  $L$  は辺のラベルの集合  $L = \{enw, esw, eew, eww\}$ 、 $E_D \subseteq V_D \times L \times V_D$  は無向ラベル付き辺集合とする。ここで、 $E_D$  は次に挙げるルール 1 から 4 で定義する。  $A_D = R^4$  と  $\alpha_D : V_D \rightarrow R^4$  は  $\alpha_D = (nw(c), sw(c), ew(c), ww(c))$  によって定義する。

**ルール 1.** もし  $nw(c) = nw(d)$ 、即ち、セル  $c$  と  $d$  の北壁の位置が同じで、この 2 つのセルが最も近い位置にあるとき、辺  $[vc, enw, vd]$  は  $E_D$  に含まれる。

この場合、辺  $[vc, enw, vd]$  は北壁辺と呼ばれる。

ルール 2. もし  $sw(c) = sw(d)$ , 即ち、セル  $c$  と  $d$  の南壁の位置が同じで、この 2 つのセルが最も近い位置にあるとき、辺  $[vc, esw, vd]$  は  $E_D$  に含まれる。この場合、辺  $[vc, esw, vd]$  は南壁辺と呼ばれる。

ルール 3. もし  $ew(c) = ew(d)$ , 即ち、セル  $c$  と  $d$  の東壁の位置が同じで、この 2 つのセルが最も近い位置にあるとき、辺  $[vc, eew, vd]$  は  $E_D$  に含まれる。この場合、辺  $[vc, eew, vd]$  は東壁辺と呼ばれる。

ルール 4. もし  $ww(c) = ww(d)$ , 即ち、セル  $c$  と  $d$  の西壁の位置が同じで、この 2 つのセルが最も近い位置にあるとき、辺  $[vc, eww, vd]$  は  $E_D$  に含まれる。この場合、辺  $[vc, eww, vd]$  は西壁辺と呼ばれる。

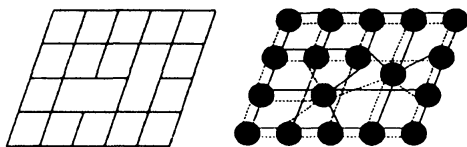


図 1: 矩形分割 (左) と対応する Octgrid (右)

図 1 は矩形分割とそれに対応する Octgrid を表す。辺の次数が最大 8 であることに注意する。

### 3 24 次格子グラフ

直方体分割による 24 次格子グラフ [8, 10, 11] を導入する。  $D = \{S_1, S_2, \dots, S_N\}$  を rectangular solid dissection とする。ここで、各  $S_i$  は  $D$  の矩形ソリッドである。  $D$  に対する 24 次格子 は以下で定義されるラベル付き多重辺グラフ  $G_D = (V_D, L, E_D, A)$  である：

1.  $V_D = \{v_s \mid v_s \in V_D, v_s \text{ は直方体 } s \in D \text{ に対応する頂点}\}$
2.  $L = \{EquivalentUpwardNorthEastCornerPole, \dots, EquivalentForwardCeilingNorthBeam, \dots, EquivalentBackwardFloorWestBeam\}$

3.  $E_D \subseteq V_D \times L \times V_D$  は以下で定められるラベル付き無向辺の集合：

$s$  と  $t$  が共通の上方南側梁を持つ最も近い直方体ならば  $[s, EquivalentForwardCeilingSouthBeam, t]$  は  $E_D$  に属する。

4.  $A$  は色などのボクセルの属性を表す集合である。

図 2 に  $EquivalentForwardCeilingSouthBeam$  の例を示す。

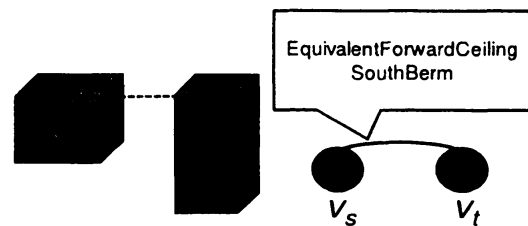


図 2: ラベル付き辺の例

図 3 に 24 次格子グラフの周辺のリンクを示す。

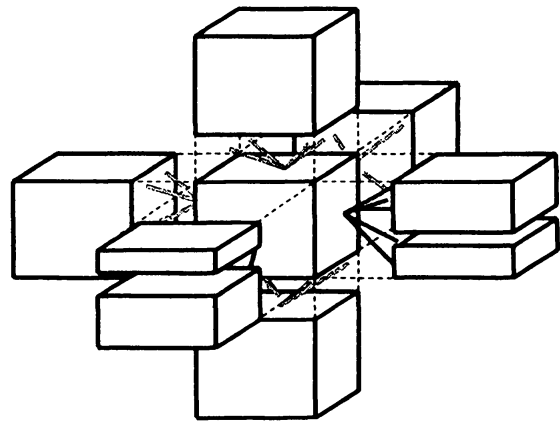


図 3: 24 次格子グラフの周辺リンク

$D$  を、幅  $k$ , 奥行き  $l$ , 高さ  $m$  の直方体分割、  $G_D$  を  $D$  に対する 24 次格子グラフ、  $i$  を  $D$  の内部セルの個数とする。その時、  $2|E_D| = 12 \times 8 + 16 \times 4(k-2) + 16 \times 4(l-2) + 16 \times 4(m-2) + 20 \times 2(k-2)(l-2) + 20 \times 2(l-2)(m-2) + 20 \times 2(m-2)(l-2) + 24i$  となる [12, 13].

## 4 24 次格子グラフのセルの合併

24 次格子グラフにおける隣接セル同士の合併アルゴリズムについて述べる.

---

### Algorithm 1 UNIFYVOLUME CELL

---

**Input:**  $G_D$ : 直方体分割  $D$  の 24 次格子グラフ,  $v_c$ :  $G_D$  のセル,  $v_d$ :  $v_c$  と水平方向に隣接する  $G_D$  のセル

**Output:**  $G_E$ : 直方体分割  $E$  の 24 次格子グラフ

- 1:  $v_d$  の  $x$  軸方向のリンクの変更
  - 2:  $v_d$  の  $y$  軸方向のリンクの変更
  - 3:  $v_d$  の  $z$  軸方向のリンクの変更
  - 4:  $v_d$  を消去
- 

以下では, アルゴリズム UNIFYVOLUME CELL の手続きについて説明する. 以下の説明では, 具体的に図 4 のグラフにおいて,  $v_c$  と  $v_d$  の 2 つのノードを合併する手順を説明する.

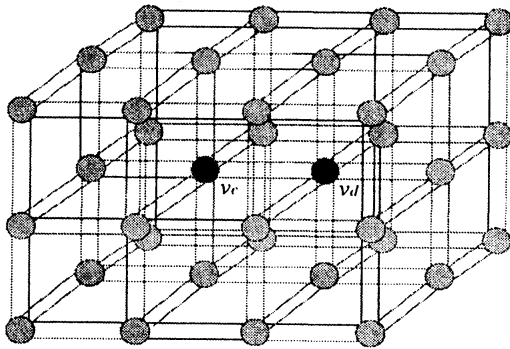


図 4: 対象の 24 次格子グラフ

与えられた入力に対し, まず,  $v_d$  の  $x$  軸方向のリンク書き換えを行う.  $v_d$  に接続されていたリンクを除去し,  $v_c$  と,  $v_d$  と接続していた  $v_d$  の右側のノードとの連結を行う. 同様のリンクの変形を,  $y$  軸方向,  $z$  軸方向についても行う.

図 6 は,  $x$  軸,  $y$  軸,  $z$  軸それぞれの方向についてリンクの貼り替えを行った後に,  $v_d$  の削除と  $v_c$  のリンクの変更を行った結果を示している.

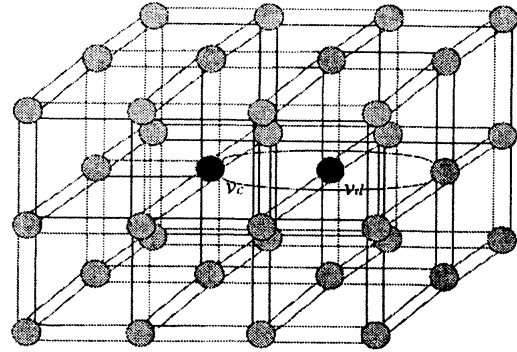


図 5:  $x$  軸方向のリンクの変更

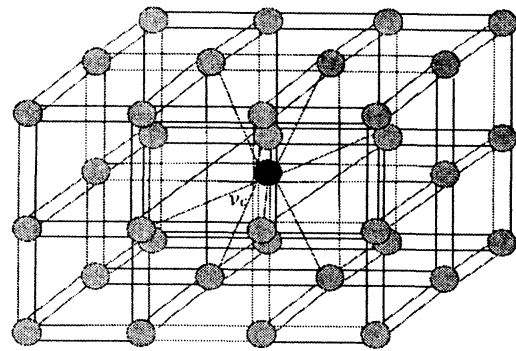


図 6: リンク変更後のグラフ

## 5 H9CODE

24 次格子グラフに対応するデータフォーマット H9CODE について述べる。H9CODE は Octgrid に対応するデータフォーマット H3CODE[8] の拡張である。

以下フィールド 1 から 32 は H3CODE と共通である。

### <共通部分>

1. node id
2. cell type
3. new\_right
4. new\_lift
5. swe\_right
6. swe\_lift
7. ewe\_upper
8. wwe\_upper
9. ewe\_lower
10. wwe\_lower
11. north\_wall
12. south\_wall
13. east\_wall
14. west\_wall
15. content\_id
16. content\_align

### <拡張部分>

17. Ceiling: 天井の位置を表す値である。値は、天井の z 座標である
18. Floor: 床の位置を表す値である。値は、床の z 座標である
- 19-32. 予備

### <拡張部分>

33. EquivalentUpwardNorthEastCornerPole: 上方への北東角ポールの等値リンク  
上方で同じ平面座標の北東角のポールを持つ直近のセルへのリンク（セル同士のサイズは異なってもよい）以下の説明も同様である。

34. EquivalentDownwardNorthEastCornerPole

: 下方への北東角ポールの等値リンク

35. EquivalentUpwardNorthWestCornerPole

: 上方への北西角ポールの等値リンク

36. EquivalentDownwardNorthWestCornerole

: 下方への北西角ポールの等値リンク

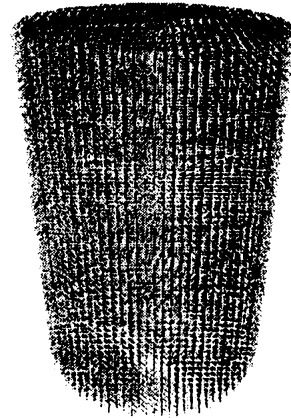


図 7: H9CODE を用いて生成される円柱の出力イメージ

H9CODE を用いた出力イメージを紹介する。図 7 は、H9CODE を用いて生成される円柱の出力イメージである。セルを複数個重ねて曲面を作りだしている。

## 6 まとめ

本稿では、ボリュームグラフィックスのための新しいグラフ表現として 24 次格子グラフを提案した。そして、24 次格子グラフのセルの合併と 24 次格子グラフのデータフォーマットである H9CODE について述べた。

今後は、24 次格子グラフのためのレンダリングシステムの実装とセルの合併の実装を行いたい。また、

合併の他に挿入，削除等の変形アルゴリズムについて検討したい。

## 謝辞

本稿の内容について貴重なコメントを下された日本大学の野牧賢志氏，桜美林大学の有田友和講師，そして，東海大学の杉田公生教授に深く感謝致します。

## 参考文献

- [1] Chris L. Jackins, and Steven L. Tanimoto, Oct-trees and their use in representing three-dimensional object, *Proceedings of Computer Graphics and Image*, Vol. 14, pp. 249–270, 1980.
- [2] T. Motohashi, K. Tsuchida and T. Yaku, Table processing based on attribute graphs, *Proceedings of the 6th IASTED International Conference on Software Engineering and Applications*, pp. 317–322, 2002.
- [3] T. Motohashi, K. Tsuchida and T. Yaku, Attribute graphs for table and their algorithms, *Proceedings of Foundation of Software Engineering*, pp. 183–186, 2002.
- [4] 有田友和，土田賢省，本橋友江，夜久竹夫，An octet degree graph representation for the rectangular dissections, 日本数学会応用数学分科会，応用数学合同集会報告集，pp. 131–136, 2004.
- [5] Goro Akagi, Youzou Miyadera, Tomoe Motohashi, Kenshi Nomaki, Kensei Tsuchida, Takeo Yaku, Octal graph representation of multi resolution 3d landform maps, *In SIAM Conf. Geometric Design & Computation (GD'05)*, 2005.
- [6] 本橋友江，谷聖一，土田賢省，夜久竹夫，表編集のアルゴリズム，数理解析研究所講究録，Vol. 1325, pp. 152–157, 2003.
- [7] 赤木剛朗，有田友和，本橋友江，野牧賢志，土田賢省，夜久竹夫，H7code：8分格子グラフに基づく3次元地形図のファイルフォーマット，日本大学文理学部自然科学研究所研究紀要，pp. 197–204, 2007.
- [8] T. Arita, T. Yaku, H3-Code 2.3 Reference Manual. <http://www.waap.gr.jp/waap-rr/waap-rr-06-001/index.html>.
- [9] 呉羽彬，土田賢省，夜久竹夫，多層型矩形分割に対する16分格子グラフ表現，数理解析研究所講究録，Vol. 1599, pp. 176–181, 2008.
- [10] T. Arita, S. Kishira, T. Motohashi, K. Nomaki, K. Sugita, K. Tsuchida and T. Yaku, Implementation of 24-ary grid representation for rectangular solid dissections, *Proceedings of the Fourth International Conference on Computer Graphics Theory and Applications, GRAPP 2009*, pp. 103–106, 2009.
- [11] S. Kishira, K. Tsuchida, T. Motohashi, and T. Yaku, Tetra-icosa grid graph representation for the rectangular solid dissection, 日本応用数学会 2008 年度年会論文集，pp. 65–66, 2008.
- [12] A. Kureha, S. Kishira, T. Motohashi, K. Tsuchida and T. Yaku, Hexadecimal grid graph representation of multilayer rectangular dissections and its applications, *In SIAM Conf. Geometric Design & Computation (GD'07)*, p. 32, 2007.
- [13] S. Kishira, A. Kureha, T. Motohashi, K. Tsuchida and T. Yaku, 24-ary grid graph representation for the rectangular solid dissection, 電子情報通信学会 2008 総合大会論文集，p. 171, 2008.